

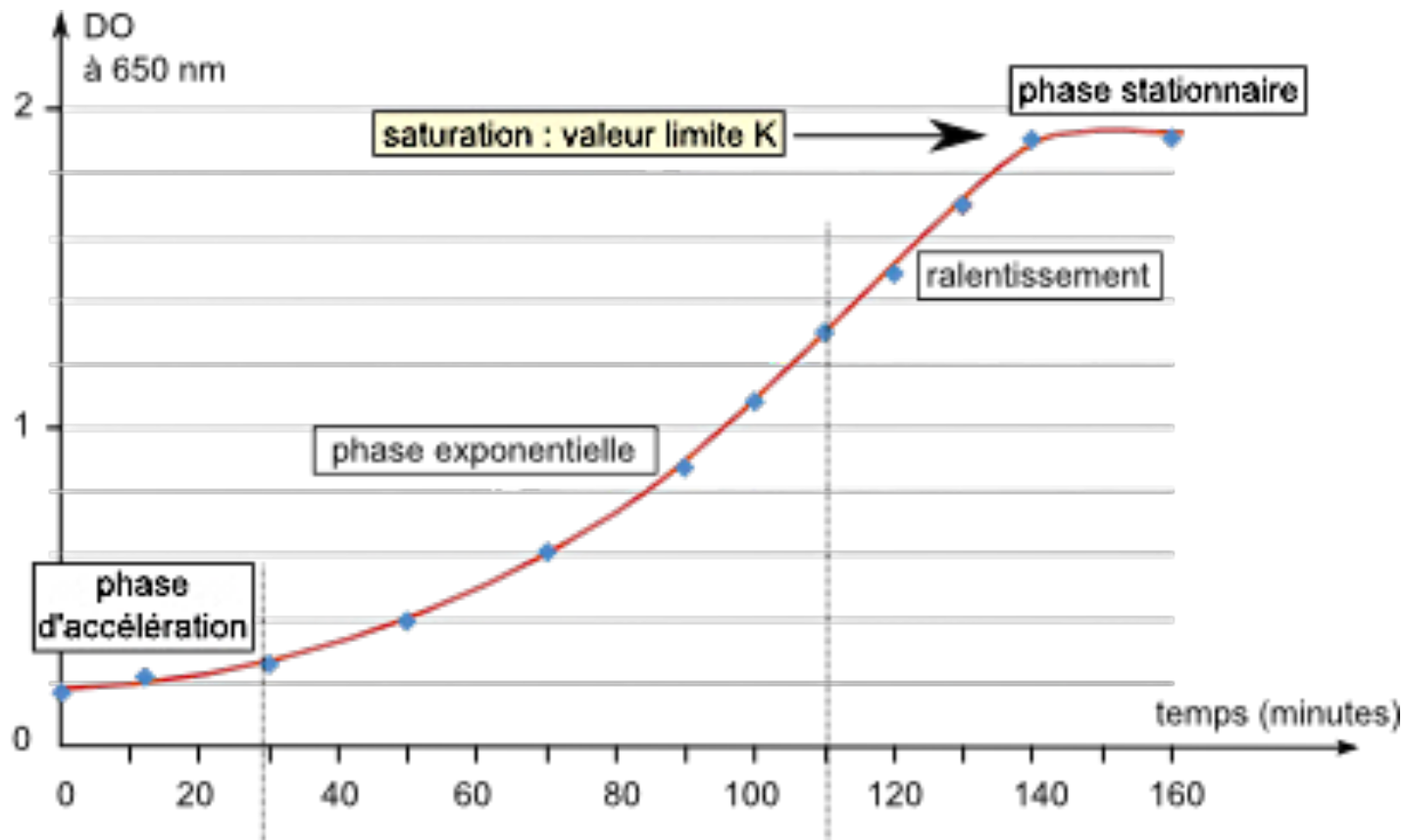
# **TD – Dynamique des populations**

# **1. Étude pratique d'une culture bactérienne**

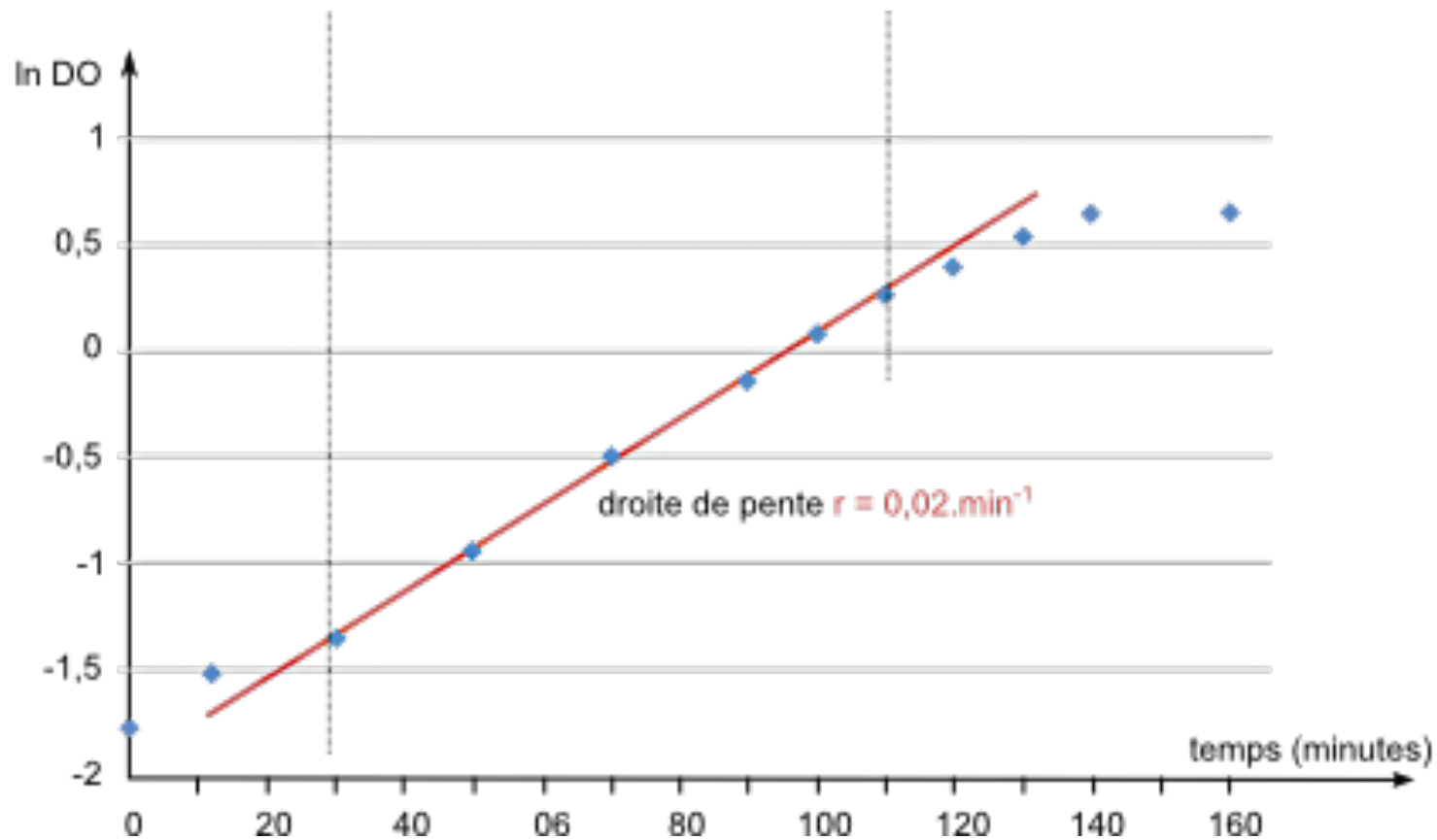
# Relevés de densité optique

T (min)	0	12	30	50	70	90	100	110	120	130	140	160
DO	0,17	0,22	0,26	0,39	0,61							
DO corrigée						0,87	1,08	1,3	1,48	1,7	1,9	1,9
ln DO	-1,75	-1,5	-1,33	-0,94	-0,5	-0,14	0,05	0,26	0,39	0,52	0,64	0,64

# Courbe associée



# Courbe associée



## **2. Modélisation avec Populus**

# Populus et modèle logistique

## Continuous Logistic Population Growth

Density-Dependent Growth: Input

View File Help Print Close

Model Type

Continuous Logistic

Lagged Logistic

Discrete Logistic

Plot Type

$N$  vs  $t$

$\ln(N)$  vs  $t$

$dN/dt$  vs  $N$

$dN/dt$  vs  $N$

$\ln N_{t+1}$  vs  $\ln N_t$

Parameters

$N(0) = 10$

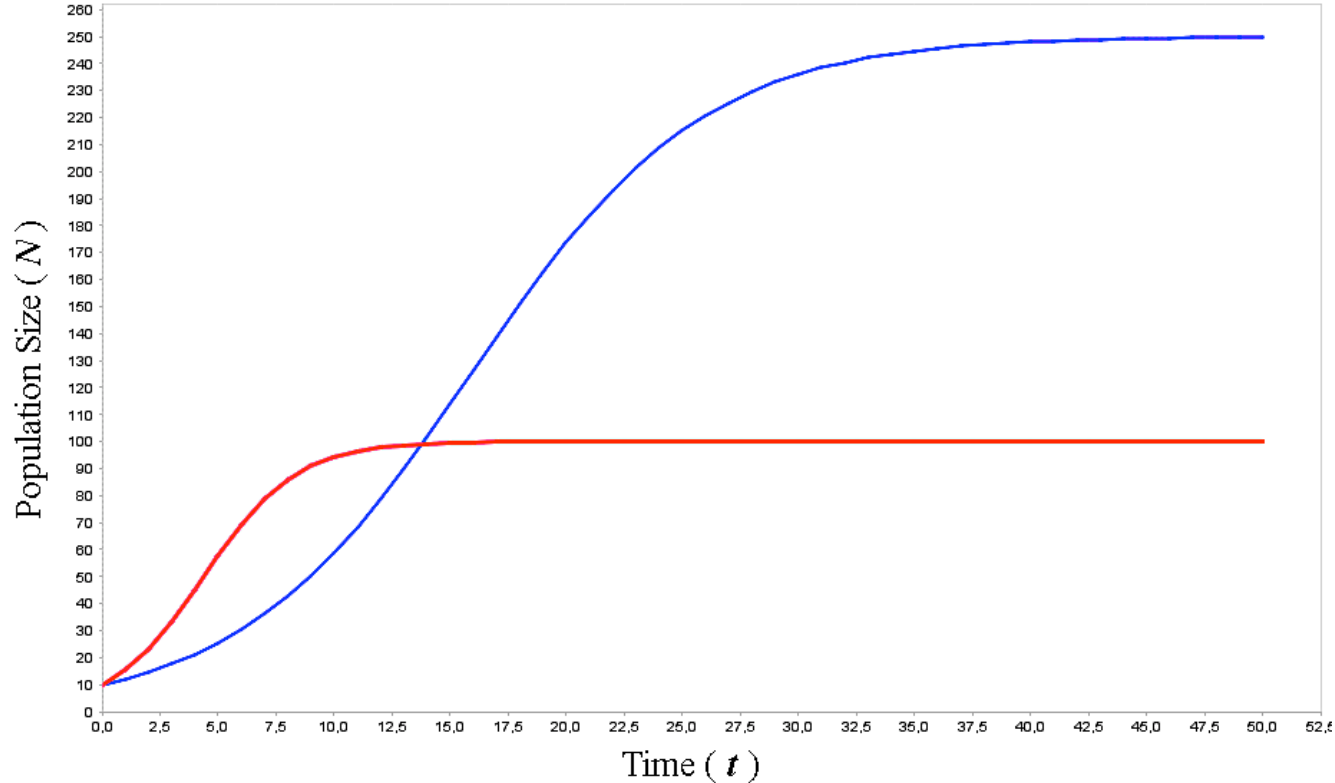
$K = 250$

$r = 0.2$

$\tau = 2$

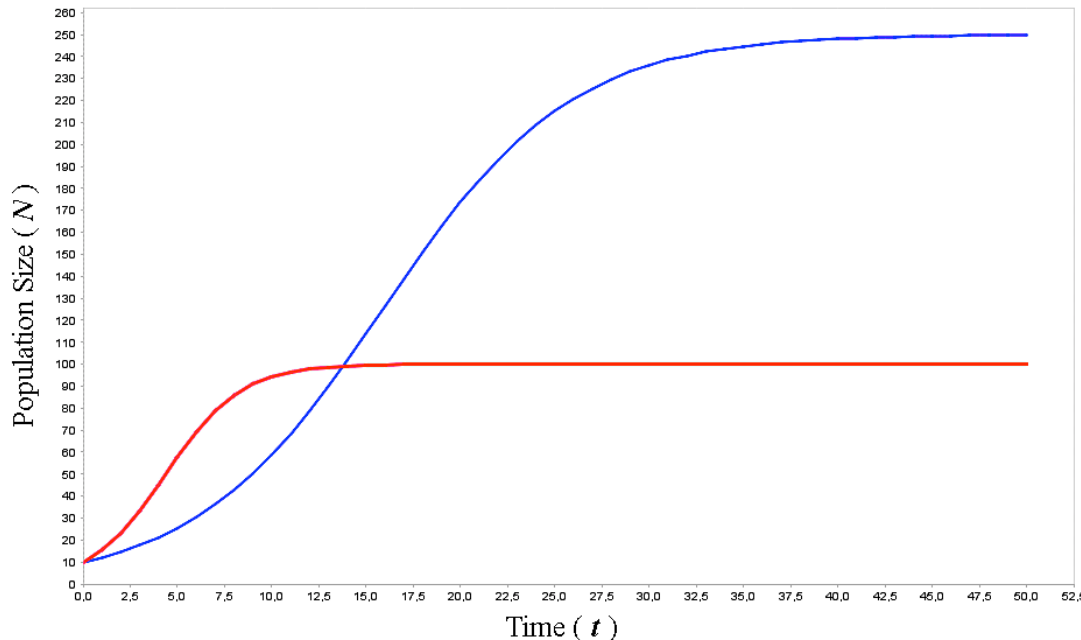
Termination

Run Time = 50



# Populus et modèle logistique

Continuous Logistic Population Growth



## Espèce B

Valeur de  $r$  assez faible et  
valeur de  $K$  assez élevée  
→ Espèce de stratégie  $K$  ?

## Espèce A

Valeur de  $r$  assez élevée et  
valeur de  $K$  assez faible  
→ Espèce de stratégie  $r$  ?

Dans la réalité, les espèces  $r$  sont rarement à leur valeur limite  $K$  mais restent à des effectifs inférieurs.



# Populus et compétition interspécifique

## Deux espèces en compétition

Le facteur de compétition représente l'effet d'une espèce sur l'autre.

$\alpha$  = effet de l'espèce B sur l'espèce A

$\beta$  = effet de l'espèce A sur l'espèce B

$$\frac{dN_A}{dt} = r_A \cdot N_A \cdot \frac{K_A - (N_A + \alpha \cdot N_B)}{K_A}$$

$$\frac{dN_B}{dt} = r_B \cdot N_B \cdot \frac{K_B - (N_B + \beta \cdot N_A)}{K_B}$$

$\alpha$  : par exemple, part des ressources en compétition entre A et B

$\alpha = \beta$  = compétition symétrique (pas toujours !)

# Populus et compétition interspécifique

Lotka-Volterra Competition: Input

View File Help Print Close

Model Parameters

Species #1	Species #2
$N_1(0) = 10$	$N_2(0) = 10$
$r = 0.2$	$r = 0.2$
$K_1 = 150$	$K_2 = 250$
$\alpha = 0.5$	$\beta = 0.5$

Plot Type

$N$  vs  $t$

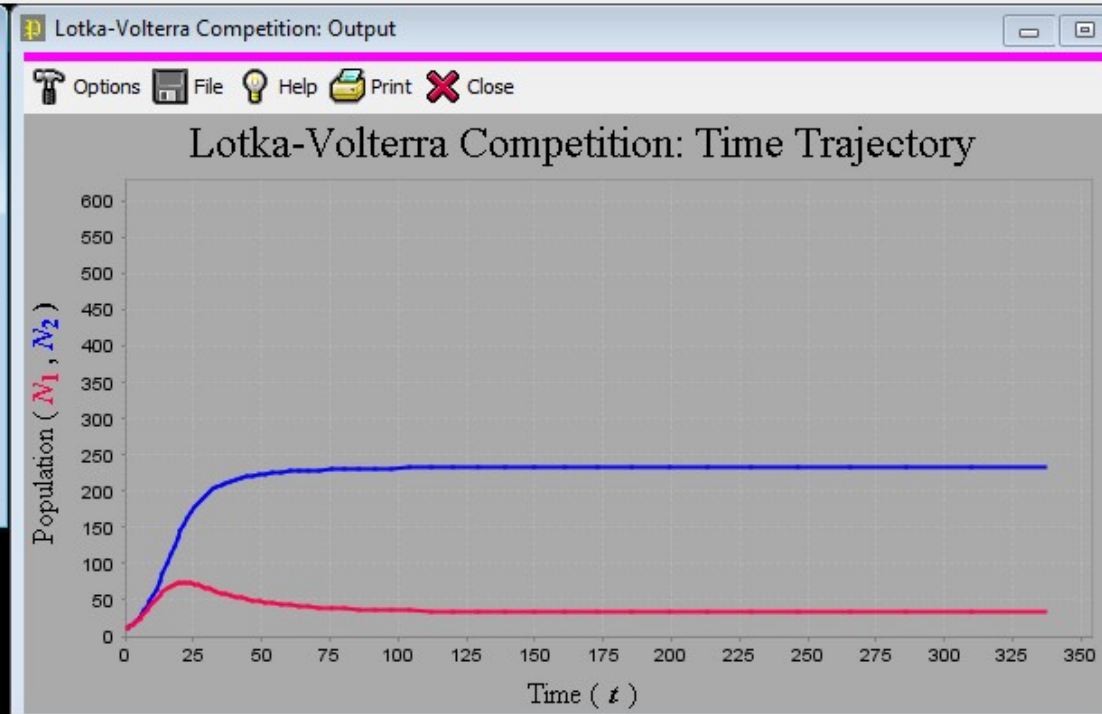
$N_2$  vs  $N_1$

Termination Conditions

Run until steady state

Run until time:

Time = 50



# Populus et compétition interspécifique

## Essais - Faire varier :

- la stratégie des espèces : un faible  $r$  indique une espèce  $K$  et une forte valeur un stratège  $r$
- les effectifs de départ
- le coefficient de compétition
- la capacité biotique de l'espèce (valeur de  $K$ )

# Populus et compétition interspécifique

S'il y a un équilibre entre les populations A et B alors

$$\frac{dN_A}{dt} = 0 \text{ et } \frac{dN_B}{dt} = 0 \text{ mais avec } N_A \text{ et } N_B \text{ non nuls.}$$

$$\frac{dN_A}{dt} = r_A \cdot N_A \cdot \frac{K_A - (N_A + \alpha \cdot N_B)}{K_A} \quad \text{alors } K_A - (N_A + \alpha \cdot N_B) = 0$$

$$\frac{dN_B}{dt} = r_B \cdot N_B \cdot \frac{K_B - (N_B + \beta \cdot N_A)}{K_B} \quad \text{alors } K_B - (N_B + \beta \cdot N_A) = 0$$

# Populus et compétition interspécifique

S'il y a un équilibre entre les populations A et B alors

$$K_A - (N_A + \alpha.N_B) = 0 \text{ donc } N_B = \frac{1}{\alpha} N_A + \frac{1}{\alpha} K_A$$

Équation de droite  
d'équilibre de A

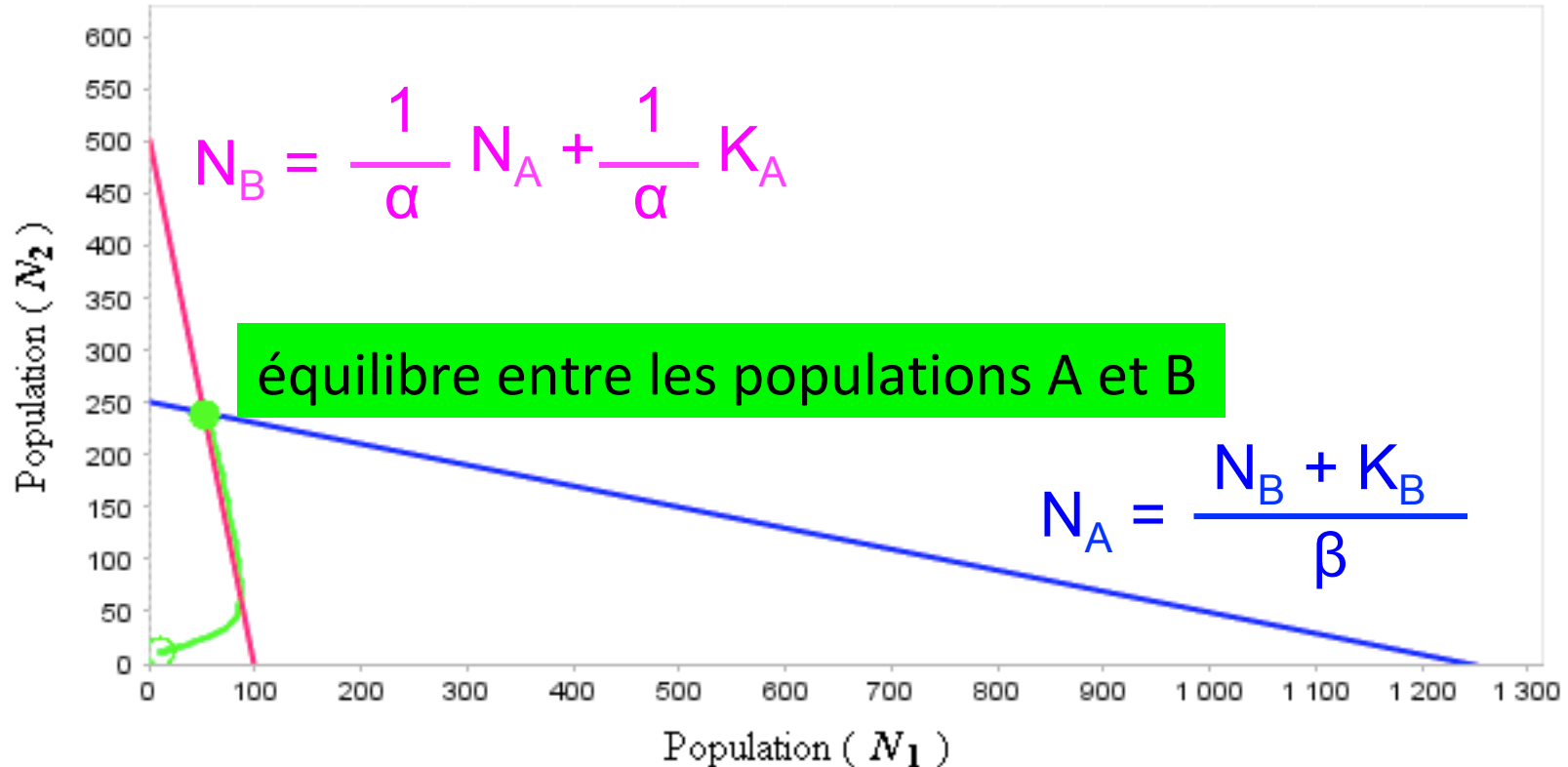
$$K_B - (N_B + \beta.N_A) = 0 \text{ donc } N_A = \frac{1}{\beta} N_B + \frac{1}{\beta} K_B$$

Équation de droite  
d'équilibre de B

En traçant  $N_B$  en fonction de  $N_A$ , on obtient l'équilibre des 2 espèces lorsque les deux droites se coupent.

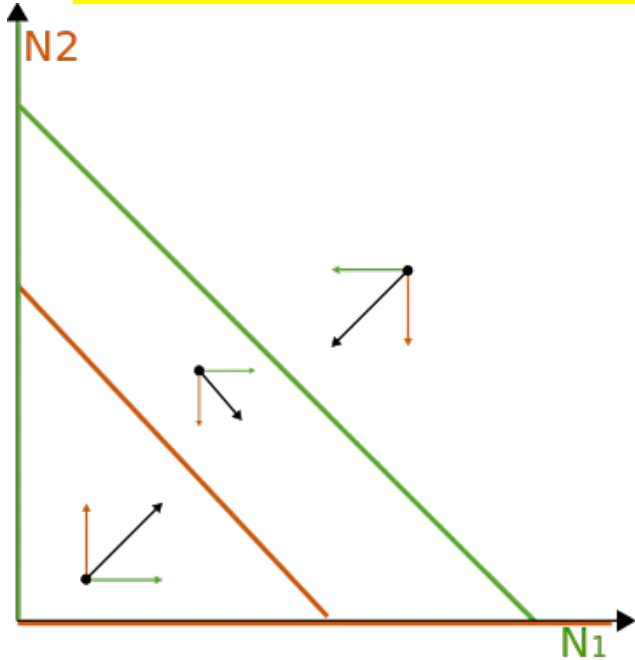
# Populus et compétition interspécifique

## Lotka-Volterra Competition: Phase Plane

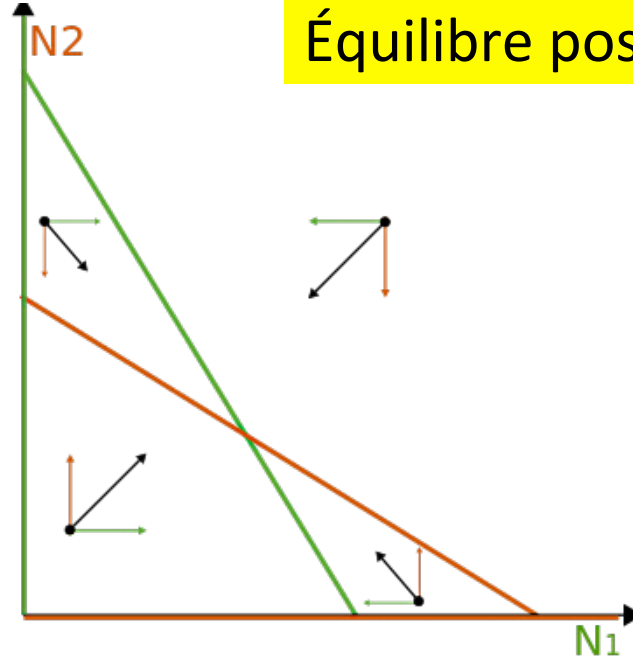


# L'équilibre n'est parfois jamais possible

Exclusion de l'espèce 2

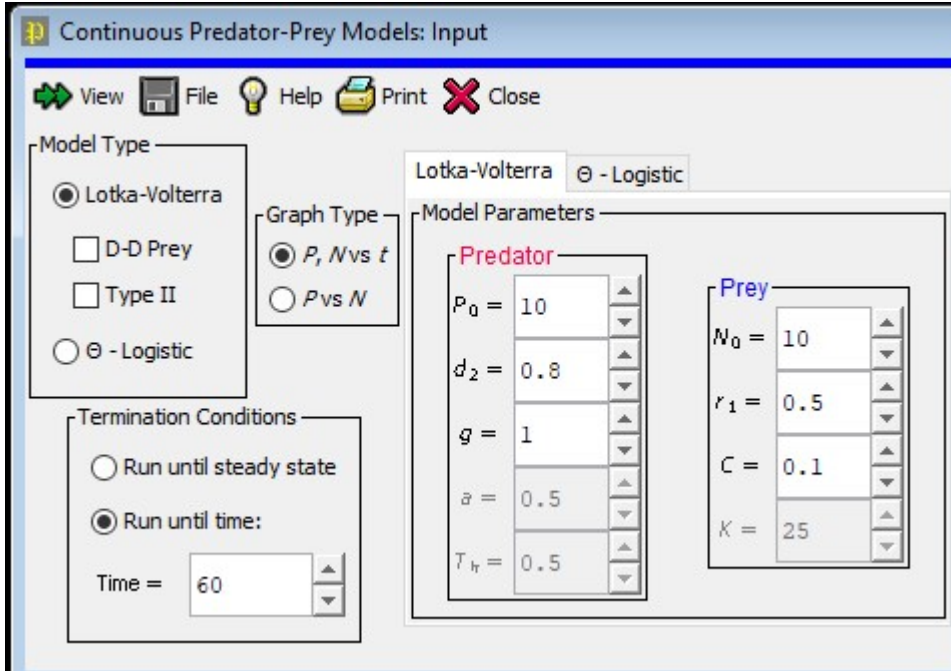


Équilibre possible



Le tracer avec Populus dans le cas de la ligne 1

# Populus et modèle prédateur-proie



## Prédateur

$P_0$  = effectifs de départ

$d_2$  représente le  $-r_2$  du prédateur

$g.c$  = constante de prédation

## Proie

$N_0$  = effectifs de départ

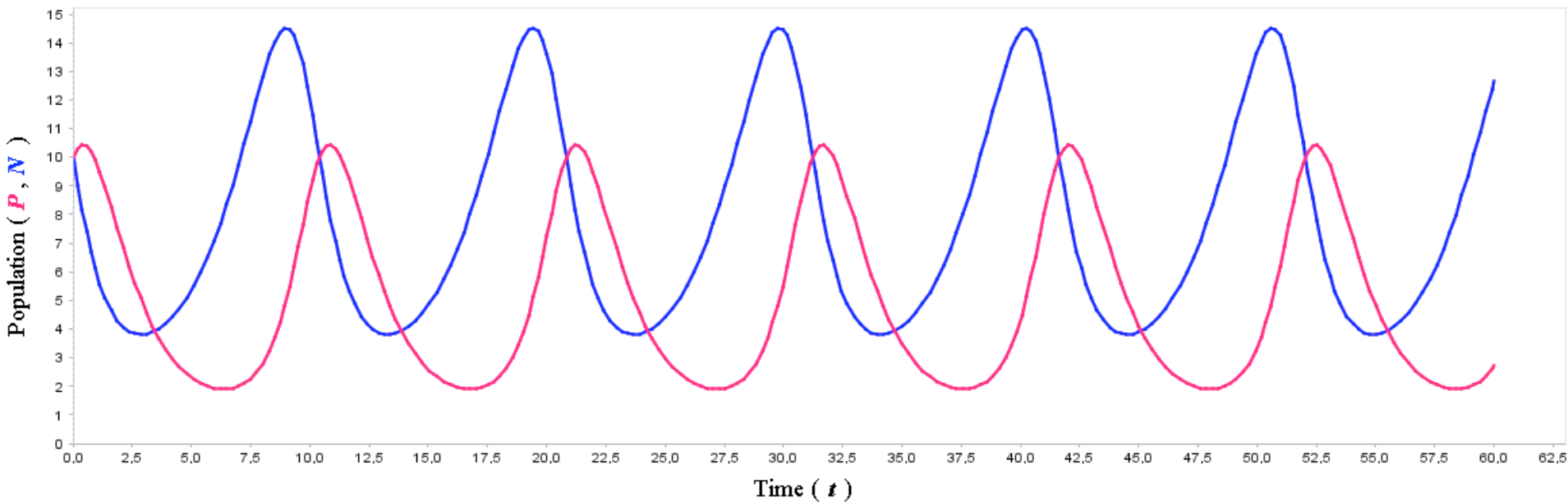
$r_1$  = taux d'accroissement

$c$  = probabilité de s'échapper  
(coefficient de capturabilité).

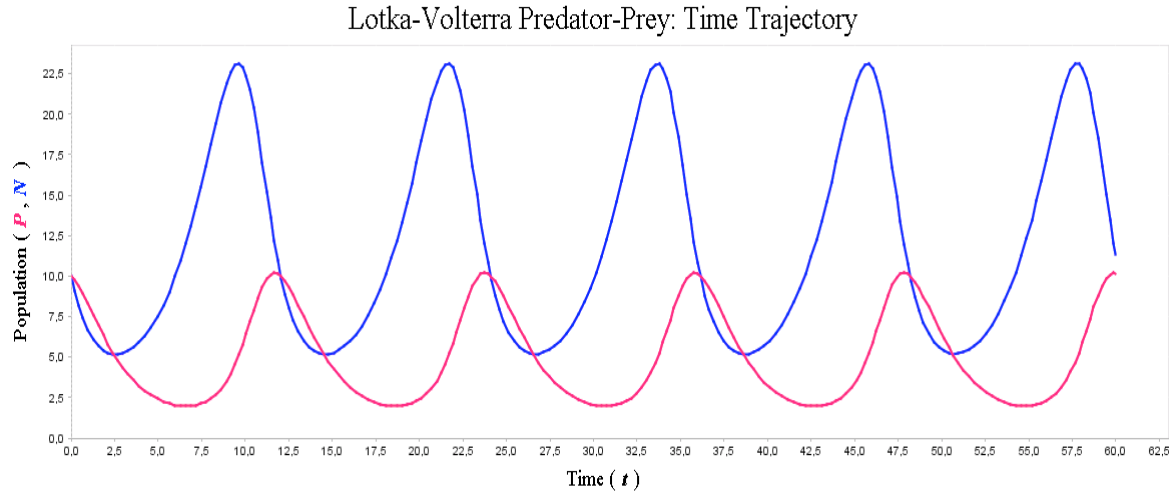
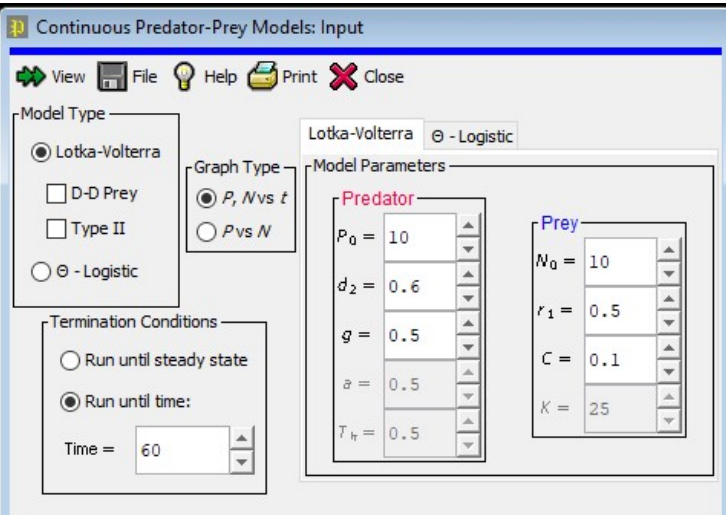


# Populus et modèle prédateur-proie

Lotka-Volterra Predator-Prey: Time Trajectory



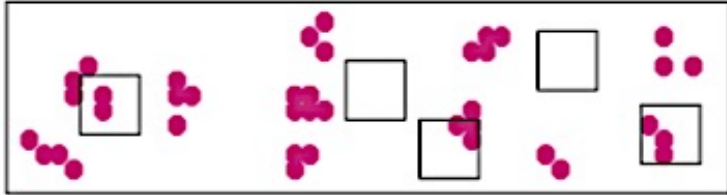
# Populus et modèle prédateur-proie



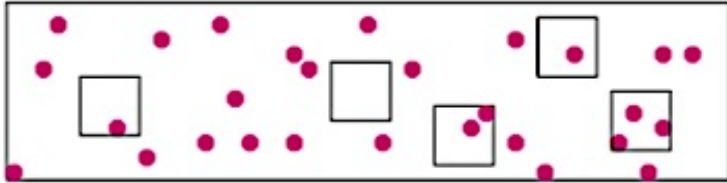
Prédateur un peu plus stratégique  $r$  et prédation un peu moins efficace

# 3. Exercices

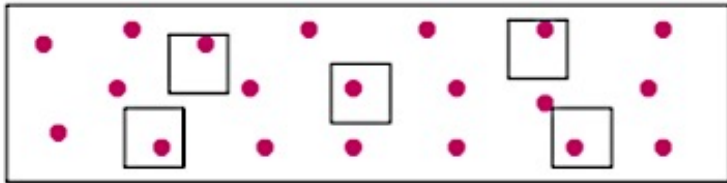
# Exercice 1 - Comptage et répartition



Répartition agrégative  
Exemple : Puce, Vache, Trèfle



Répartition aléatoire  
Exemple : Plancton



Répartition uniforme  
Exemple : Mésange, Manchot

# Comptage et répartition (1)

Numéro de placette	1	2	3	4	5	6	7	8
Effectif compté	21	47	67	27	38	25	18	61

Moyenne =  $\mu = 38$  pour  $10 \text{ m}^2$ .

4 ha représentent  $40\,000 \text{ m}^2$  donc il y a  $152\,000$  pissenlits sur la parcelle.

$$\sigma = 347$$

$\sigma \gg \mu$  donc la répartition est agrégative.

## Comptage et répartition (2)

Numéro de placette	1	2	3	4	5	6
Effectif compté	3	4	3	5	4	2

Moyenne =  $\mu = 3,5$  pour  $1 \text{ m}^2$ .

La valeur est cohérente avec la question précédente.

$$\sigma = 1,1$$

$\sigma \ll \mu$  donc la répartition est uniforme.

Cette situation est fréquente : en changeant d'échelle, la répartition apparaît différente.

## Exercice 2

A) Soit une population hypothétique de 1 000 individus vivant dans un milieu idéal et sans migration.

Il y a 34 naissances et 16 morts par année.

Quel est son taux d'accroissement intrinsèque ?

$$r_{\max} = b - d = 34/1000 - 16/1000 = 18/1000 = 0,018$$

B) Soit une population hypothétique de 1 500 individus vivant dans un milieu idéal et sans migration.

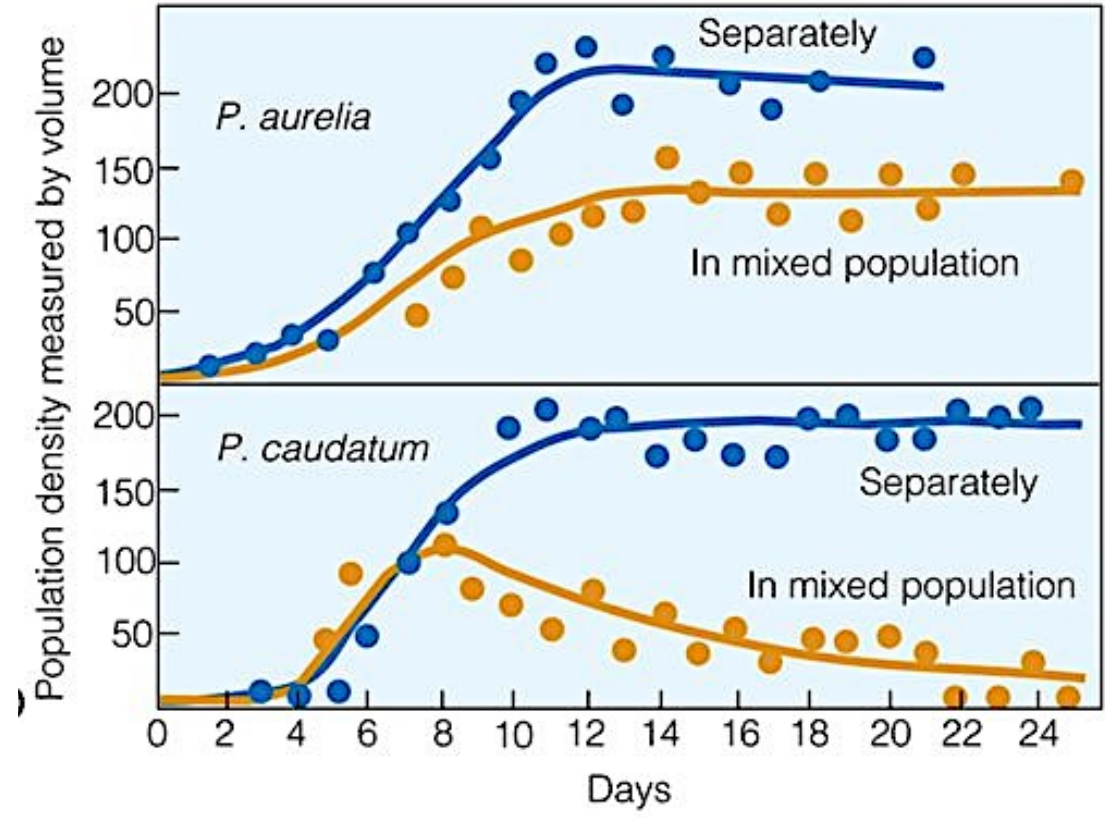
Le taux de natalité est de 0,37 et le taux de mortalité est de 0,25.

Quels seront les nombres de naissances et de morts sur une année ?

$$B = b.N = 0,37 \times 1500 = 555 \text{ naissances}$$

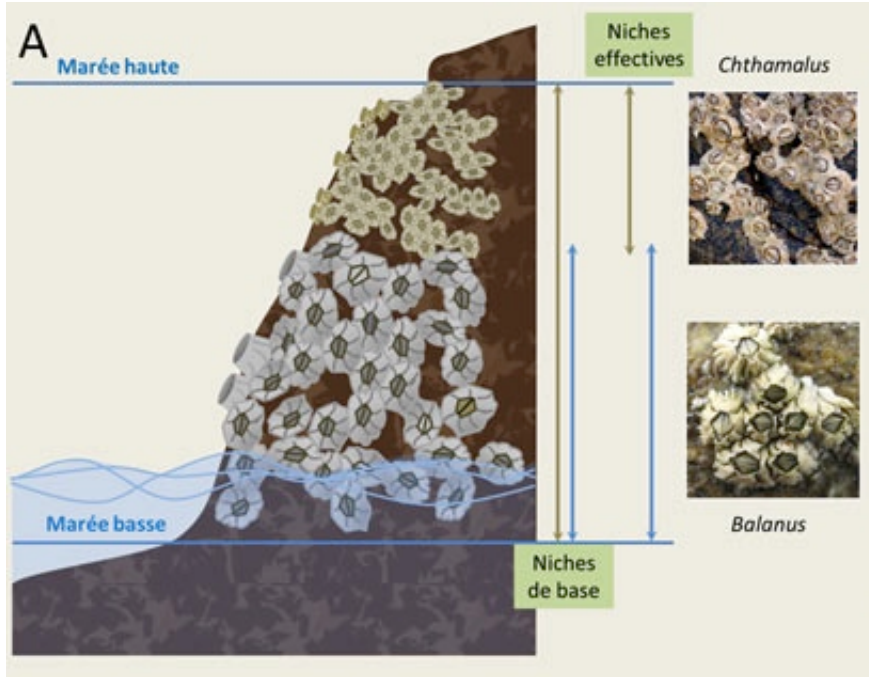
$$D = d.N = 0,25 \times 1500 = 375 \text{ morts}$$

# Exercice 3





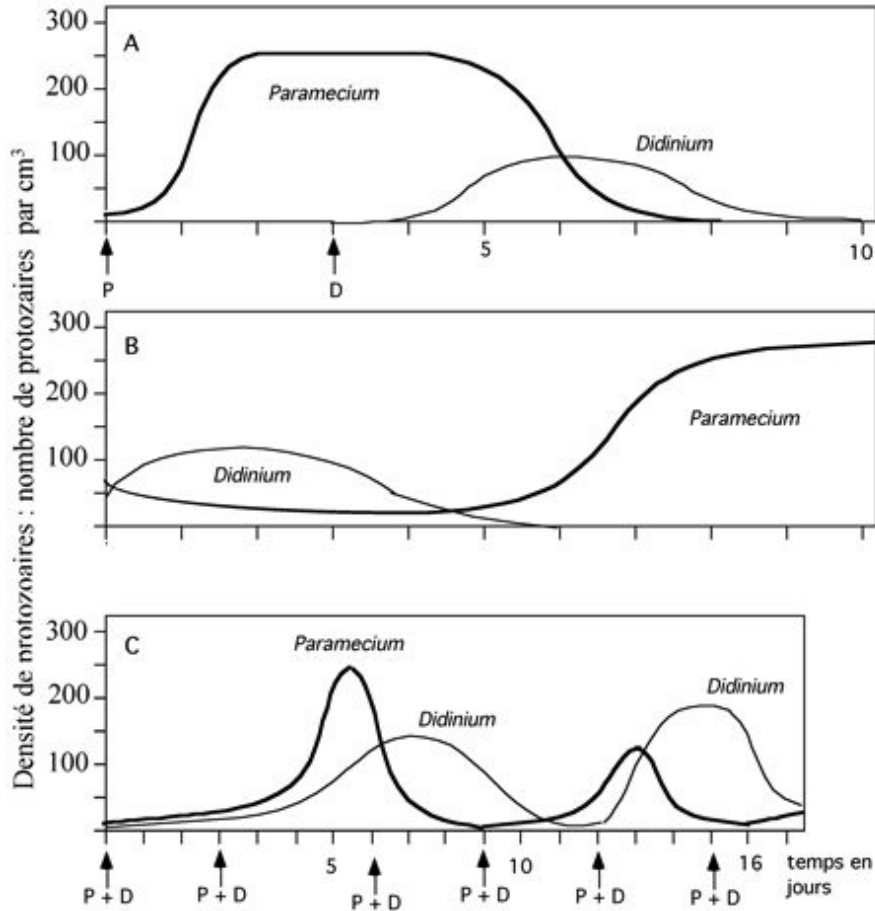
## Exercice 3



La répartition de *Balanus* est due aux conditions abiotiques du milieu (pas trop longtemps exondé).

La répartition de *Chthamalus* est due à l'exclusion compétitive par *Balanus*, plus compétitif.

## Exercice 4



La présence de *Didinium* provoque la disparition de *Paramecium*.  
La disparition de *Paramecium* induit la disparition de *Didinium*.

La présence d'un refuge permet à *Paramecium* d'échapper à *Didinium*.

Idée : *Didinium* est le **prédateur** de *Paramecium*.

On retrouve les oscillations classiques des courbes de Lotka-Volterra.